III. ГРАФИКИ

Теоретические вопросы

1. Условия возрастания функции на отрезке.
2. Условия убывания функции на отрезке.
3. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума.
4. Достаточные признаки максимума и минимума функции (изменение знака первой производной).
5. Наибольшее и наименьшее значения, функции, непрерывной на отрезке.
6. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточные условия выпуклости и вогнутости.
7. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба.
8. Исследование функций на экстремум с помощью высших производных.
9. Асимптоты графика функции.

Теоретические упражнения

1. Доказать, что функция $f(x)=x-\sin x$ монотонно возрастает на отрезке: а) $[0,\quad 2\pi]$; б) $[0,\quad 4\pi]$ Следует ли из монотонности дифференцируемой функции монотонность ее производной?

2. Доказать теорему: *если функции* $\varphi(x)$ *и* $\psi(x)$ *дифференцируемы на отрезке* $[a,\quad b]$ *и* $\varphi'(x)>\psi'(x)$ $\forall x\in(a,\quad b)$, *а* $\varphi(a)=\psi(a)$, *то* $\varphi(x)>\psi(x)$ $\forall x\in(a,\quad b]$.

Дать геометрическую интерпретацию теоремы.

У к а з а н и е. При доказательстве теоремы установить и использовать монотонность функции $f(x)=\varphi(x)-\psi(x)$.

3. Доказать неравенство $2x/\pi<\sin x$ для трех случаев:

а) $\forall x\in\left(0,\quad \arccos\dfrac{2}{\pi}\right]$;

б) $\forall x \in \left[\arccos\frac{2}{\pi}, \quad \frac{\pi}{2} \right)$;

в) $\forall x \in \left(0, \quad \frac{\pi}{2} \right)$.

Дать геометрическую интерпретацию неравенства.

4. Исходя из определений минимума и максимума, доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

имеет в точке $x = 0$ минимум, а функция

$$f(x) = \begin{cases} x\,e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

не имеет в точке $x = 0$ экстремума.

5. Исследовать на экстремум в точке x_0 функцию $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$, считая, что производная $\varphi'(x)$ не существует, но функция $\varphi(x)$ непрерывна в точке x_0 и $\varphi(x_0) \neq 0$, n.— натуральное число.

6. Исследовать знаки максимума и минимума функции $x^3 - 3x + q$ и выяснить условия, при которых уравнение $x^3 - 3x + q = 0$ имеет а) три различных действительных корня; б) один действительный корень.

7. Определить «отклонение от нуля» многочлена $p(x) = 6x^3 - 27x^2 + 36x - 14$ на отрезке $[0, \quad 3]$, т. е. найти на этом отрезке наибольшее значение функции $|p(x)|$.

8. Установить условия существования асимптот у графика рациональной функции.

Расчетные задания

Задача 1. Построить графики функций с помощью производной первого порядка.

1.1. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$.

1.2. $y = 3x - x^3$.

1.3. $y = x^2 (x-2)^2$.

1.4. $y = (x^3 - 9x^2)/4 + 6x - 9$.

1.5. $y = 2 - 3x^2 - x^3$.

1.6. $y = (x+1)^2 (x-1)^2$.

1.7. $y = 2x^3 - 3x^2 - 4$.

1.8. $y = 3x^2 - 2 - x^3$.

1.9. $y = (x-1)^2 (x-3)^2$.

1.10. $y = \left(x^3 + 3x^2\right)/4 - 5$.

1.11. $y = 6x - 8x^3$.

1.12. $y = 16x^2 (x-1)^2$.

1.13. $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$.

1.14. $y = 2 - 12x^2 - 8x^3$.

1.15. $y = (2x+1)^2 (2x-1)^2$.

1.16. $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x$.

1.17. $y = 12x^2 - 8x^3 - 2$.

1.18. $y = (2x-1)^2 (2x-3)^2$.

1.19. $y = 27\left(x^3 - x^2\right)/4 - 4$.

1.20. $y = x\left(12 - x^2\right)/8$.

1.21. $y = x^2 (x-4)^2 /16$.

1.22. $y = 27\left(x^3 + x^2\right)/4 - 5$.

1.23. $y = \left(16 - 6x^2 - x^3\right)/8$.

1.24. $y = -\left(x^2 - 4\right)^2 /16$.

1.25. $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$.

1.26. $y = \left(6x^2 - x^3 - 16\right)/8$.

1.27. $y = -(x-2)^2 (x-6)^2 /16$.

1.28. $y = 16x^3 - 12x^2 - 4$.

1.29. $y = \left(11 + 9x - 3x^2 - x^3\right)/8$.

1.30. $y = -(x+1)^2 (x-3)^2 /16$.

1.31. $y = 16x^3 + 12x^2 - 5$.

Задача 2. Построить графики функций с помощью производной первого порядка.

2.1. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$.

2.2. $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$.

2.3. $y = 12\sqrt[3]{6(x-2)^2} \Big/ \left(x^2 + 8\right)$.

2.4. $y = -12\sqrt[3]{6(x-1)^2} \Big/ \left(x^2 + 2x + 9\right)$.

2.5. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 + 2x}$.

2.6. $y = 2x + 6 - 3\sqrt[3]{(x+3)^2}$.

2.7. $y = 6\sqrt[3]{6(x-3)^2} \Big/ \left(x^2 - 2x + 9\right)$.

2.8. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 + 4x + 3}$.

2.9. $y = 3\sqrt[3]{(x-3)^2} - 2x + 6$.

2.10. $y = 6\sqrt[3]{6x^2} \Big/ \left(x^2 + 4x + 12\right)$.

2.11. $y=4x+8-6\sqrt[3]{(x+2)^2}$.

2.12. $y=3\sqrt[3]{6(x-4)^2}\Big/\left(x^2-4x+12\right)$.

2.13. $y=\sqrt[3]{x(x+2)}$.

2.14. $y=\sqrt[3]{x^2+4x+3}$.

2.15. $y=-3\sqrt[3]{6(x+1)^2}\Big/\left(x^2+6x+17\right)$.

2.16. $y=6\sqrt[3]{(x-2)^2}-4x+8$.

2.17. $y=3\sqrt[3]{6(x-5)^2}\Big/\left(x^2-6x+17\right)$.

2.18. $y=2+\sqrt[3]{8x(x+2)}$.

2.19. $y=6x-6-9\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

2.20. $y=\sqrt[3]{x^2+6x+8}$.

2.21. $y=\sqrt[3]{4x(x-1)}$.

2.22. $y=-3\sqrt[3]{6(x+2)^2}\Big/\left(x^2+8x+24\right)$.

2.23. $y=\sqrt[3]{x(x-2)}$.

2.24. $y=1-\sqrt[3]{x^2+4x+3}$.

2.25. $y=9\sqrt[3]{(x+1)^2}-6x-6$.

2.26. $y=6\sqrt[3]{6(x+3)^2}\Big/\left(x^2+10x+33\right)$.

2.27. $y=8x-16-12\sqrt[3]{(x-2)^2}$.

2.28. $y=-6\sqrt[3]{6(x-6)^2}\Big/\left(x^2-8x+24\right)$.

2.29. $y=12\sqrt[3]{(x+2)^2}-8x-16$.

2.30. $y=3\sqrt[3]{6(x-1)^2}\Big/\left(2\left(x^2+2x+9\right)\right)$.

2.31. $y=3\sqrt[3]{(x+4)^2}-2x-8$.

Задача 3. Найти наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках.

3.1. $y=x^2+\dfrac{16}{x}-16,\quad [1,\ 4]$.

3.2. $y=4-x-\dfrac{4}{x^2},\quad [1,\ 4]$.

3.3. $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}-1,\quad [0,\ 6]$.

3.4. $y=\dfrac{2\left(x^2+3\right)}{x^2-2x+5},\quad [-3,\ 3]$.

3.5. $y=2\sqrt{x}-x,\quad [0,\ 4]$.

3.6. $y=1+\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)},\quad [-1,\ 5]$.

3.7. $y=x-4\sqrt{x}+5,\quad [1,\ 9]$.

3.8. $y=\dfrac{10x}{1+x^2},\quad [0,\ 3]$.

3.9. $y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}-2, \quad [-3,\ 3].$

3.10. $y=2x^2+\dfrac{108}{x}-59, \quad [2,\ 4].$

3.11. $y=3-x-\dfrac{4}{(x+2)^2}, \quad [-1,\ 2].$

3.12. $y=\sqrt[3]{2x^2(x-3)}, \quad [-1,\ 6].$

3.13. $y=\dfrac{2(-x^2+7x-7)}{x^2-2x+2}, \quad [1,\ 4].$

3.14. $y=x-4\sqrt{x+2}+8, \quad [-1,\ 7].$

3.15. $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}, \quad [1,\ 5].$

3.16. $y=\dfrac{4x}{4+x^2}, \quad [-4,\ 2].$

3.17. $y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}+8, \quad [-4,\ -1].$

3.18. $y=\sqrt[3]{2x^2(x-6)}, \quad [-2,\ 4].$

3.19. $y=\dfrac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}, \quad [1,\ 4].$

3.20. $y=-\dfrac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}, \quad [-5,\ 1].$

3.21. $y=\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}, \quad [0,\ 4].$

3.22. $y=x^2-2x+\dfrac{16}{x-1}-13, \quad [2,\ 5].$

3.23. $y=2\sqrt{x-1}-x+2, \quad [1,\ 5].$

3.24. $y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}, \quad [-3,\ 4].$

3.25. $y=-\dfrac{x^2}{2}+2x+\dfrac{8}{x-2}+5, \quad [-2,\ 1].$

3.26. $y=8x+\dfrac{4}{x^2}-15, \quad \left[\dfrac{1}{2},\ 2\right].$

3.27. $y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)}+3, \quad [-4,\ 2].$

3.28. $y=x^2+4x+\dfrac{16}{x+2}-9, \quad [-1,\ 2].$

3.29. $y=\dfrac{4}{x^2}-8x-15, \quad \left[-2,\ -\dfrac{1}{2}\right].$

3.30. $y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}, \quad [-2,\ 5].$

3.31. $y=-\dfrac{10x+10}{x^2+2x+2}, \quad [-1,\ 2].$

Задача 4.

Варианты 1 – 10.

Рыбаку нужно переправиться с острова A на остров B (рис. 1). Чтобы пополнить свои запасы, он должен

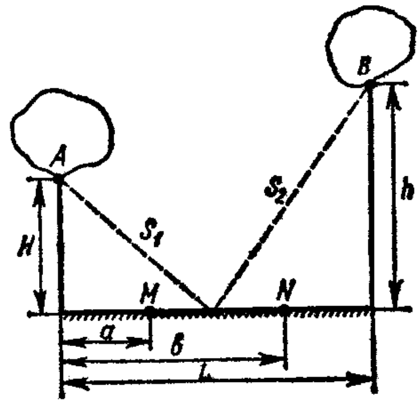

Рис. 1

попасть на участок берега MN. Найти кратчайший путь рыбака $s = s_1 + s_2$.

4.1. $a = 200, \quad b = 300, \quad H = 400, \quad h = 300, \quad L = 700.$

4.2. $a = 400, \quad b = 600, \quad H = 800, \quad h = 600, \quad L = 1400.$

4.3. $a = 600, \quad b = 900, \quad H = 1200, \quad h = 900, \quad L = 2100.$

4.4. $a = 800, \quad b = 1200, \quad H = 1600, \quad h = 1200, \quad L = 2800.$

4.5. $a = 1000, \quad b = 1500, \quad H = 2000, \quad h = 1500, \quad L = 3500.$

4.6. $a = 400, \quad b = 500, \quad H = 300, \quad h = 400, \quad L = 700.$

4.7. $a = 800, \quad b = 1000, \quad H = 600, \quad h = 800, \quad L = 1400.$

4.8. $a = 1200, \quad b = 1500, \quad H = 900, \quad h = 1200, \quad L = 2100.$

4.9. $a = 1600, \quad b = 2000, \quad H = 1200, \quad h = 1600, \quad L = 2800.$

4.10. $a = 2000, \quad b = 2500, \quad H = 1500, \quad h = 2000, \quad L = 3500.$

Варианты 11 – 20.

При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\dfrac{t}{t+k}$-ю часть курса, а забывает αt-ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

4.11. $k = 1/2, \quad \alpha = 2/49.$

4.12. $k = 1/2, \quad \alpha = 2/81.$

4.13. $k = 1/2, \quad \alpha = 2/121.$

4.14. $k = 1/2, \quad \alpha = 2/169.$

4.15. $k = 1, \quad \alpha = 1/25.$

4.16. $k = 1, \quad \alpha = 1/16.$

4.17. $k = 1, \quad \alpha = 1/36.$

4.18. $k = 1, \quad \alpha = 1/49.$

4.19. $k = 2, \quad \alpha = 1/18.$

4.20. $k = 2, \quad \alpha = 2/49.$

Варианты 21 – 31.

Тело массой $m_0 = 3000$ кг падает с высоты H м и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ кг/с^2. Считая, что начальная скорость $v_0 = 0$, ускорение $g = 10$ м/с^2, и пренебрегая сопротивлением воздуха найти наибольшую кинетическую энергию тела.

4.21. $H = 500$.
4.22. $H = 605$.
4.23. $H = 720$.
4.24. $H = 845$.
4.25. $H = 980$.
4.26. $H = 1125$.
4.27. $H = 1280$.
4.28. $H = 1445$.
4.29. $H = 1620$.
4.30. $H = 1805$.
4.31. $H = 2000$.

Задача 5. Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

5.1. $y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$

5.2. $y = 4x - x^2 - 2\cos(x-2), \quad x_0 = 2.$

5.3. $y = 6\mathrm{e}^{x-2} - x^3 + 3x^2 - 6x, \quad x_0 = 2.$

5.4. $y = 2\ln(x+1) - 2x + x^2 + 1, \quad x_0 = 0.$

5.5. $y = 2x - x^2 - 2\cos(x-1), \quad x_0 = 1.$

5.6. $y = \cos^2(x+1) + x^2 + 2x, \quad x_0 = -1.$

5.7. $y = 2\ln x + x^2 - 4x + 3, \quad x_0 = 1.$

5.8. $y = 1 - 2x - x^2 - 2\cos(x+1), \quad x_0 = -1.$

5.9. $y = x^2 + 6x + 8 - 2\mathrm{e}^{x+2}, \quad x_0 = -2.$

5.10. $y = 4x + x^2 - 2\mathrm{e}^{x+1}, \quad x_0 = -1.$

5.11. $y = (x+1)\sin(x+1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

5.12. $y = 6\mathrm{e}^{x-1} - 3x - x^3, \quad x_0 = 1.$

5.13. $y = 2x + x^2 - (x+1)\ln(2+x), \quad x_0 = -1.$

5.14. $y = \sin^2(x+1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

5.15. $y = x^2 + 4x + \cos^2(x+2), \quad x_0 = -2.$

5.16. $y = x^2 + 2\ln(x+2), \quad x_0 = -1.$

5.17. $y = 4x - x^2 + (x-2)\sin(x-2), \quad x_0 = 2.$

5.18. $y = 6\mathrm{e}^x - x^3 - 3x^2 - 6x - 5, \quad x_0 = 0.$

5.19. $y = x^2 - 2x - 2\mathrm{e}^{x-2}, \quad x_0 = 2.$

5.20. $y = \sin^2(x+2) - x^2 - 4x - 4, \quad x_0 = -2.$

5.21. $y = \cos^2(x-1) + x^2 - 2x, \quad x_0 = 1.$

5.22. $y = x^2 - 2x - (x-1)\ln x, \quad x_0 = 1.$

5.23. $y = (x-1)\sin(x-1) + 2x - x^2, \quad x_0 = 1.$

5.24. $y = x^2 - 4x + \cos^2(x-2), \quad x_0 = 2.$

5.25. $y = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 24\left(x + 1 - \mathrm{e}^x\right), \quad x_0 = 0.$

5.26. $y = \sin^2(x-2) - x^2 + 4x - 4, \quad x_0 = 2.$

5.27. $y = 6\mathrm{e}^{x+1} - x^3 - 6x^2 - 15x - 16, \quad x_0 = -1.$

5.28. $y = \sin x + \operatorname{sh} x - 2x, \quad x_0 = 0.$

5.29. $y = \sin^2(x-1) - x^2 + 2x, \quad x_0 = 1.$

5.30. $y = \cos x + \operatorname{ch} x, \quad x_0 = 0.$

5.31. $y = x^2 - 2\mathrm{e}^{x-1}, \quad x_0 = 1.$

Задача 6. Найти асимптоты и построить графики функций.

6.1. $y = \left(17 - x^2\right) / (4x - 5).$

6.2. $y = \left(x^2 + 1\right) / \sqrt{4x^2 - 3}.$

6.3. $y = \left(x^3 - 4x\right) / \left(3x^2 - 4\right).$

6.4. $y = \left(4x^2 + 9\right) / (4x + 8).$

6.5. $y = \left(4x^3 + 3x^2 - 8x - 2\right) / \left(2 - 3x^2\right).$

6.6. $y = \left(x^2 - 3\right) / \sqrt{3x^2 - 2}.$

6.7. $y = \left(2x^2 - 6\right) / (x - 2).$

6.8. $y = \left(2x^3 + 2x^2 - 3x - 1\right) / \left(2 - 4x^2\right).$

6.9. $y = \left(x^3 - 5x\right) / \left(5 - 3x^2\right).$

6.10. $y = \left(2x^2 - 6x + 4\right) / (3x - 2).$

6.11. $y=\left(2-x^2\right)\Big/\sqrt{9x^2-4}$.

6.12. $y=\left(4x^3-3x\right)\Big/\left(4x^2-1\right)$.

6.13. $y=\left(3x^2-7\right)\Big/\left(2x+1\right)$.

6.14. $y=\left(x^2+16\right)\Big/\sqrt{9x^2-8}$.

6.15. $y=\left(x^3+3x^2-2x-2\right)\Big/\left(2-3x^2\right)$.

6.16. $y=\left(21-x^2\right)\Big/\left(7x+9\right)$.

6.17. $y=\left(2x^2-1\right)\Big/\sqrt{x^2-2}$.

6.18. $y=\left(2x^3-3x^2-2x+1\right)\Big/\left(1-3x^2\right)$.

6.19. $y=\left(x^2-11\right)\Big/\left(4x-3\right)$.

6.20. $y=\left(2x^2-9\right)\Big/\sqrt{x^2-1}$.

6.21. $y=\left(x^3-2x^2-3x+2\right)\Big/\left(1-x^2\right)$.

6.22. $y=\left(x^2+2x-1\right)\Big/\left(2x+1\right)$.

6.23. $y=\left(x^3+x^2-3x-1\right)\Big/\left(2x^2-2\right)$.

6.24. $y=\left(x^2+6x+9\right)\Big/\left(x+4\right)$.

6.25. $y=\left(3x^2-10\right)\Big/\sqrt{4x^2-1}$.

6.26. $y=\left(x^2-2x+2\right)\Big/\left(x+3\right)$.

6.27. $y=\left(2x^3+2x^2-9x-3\right)\Big/\left(2x^2-3\right)$.

6.28. $y=\left(3x^2-10\right)\Big/\left(3-2x\right)$.

6.29. $y=\left(-x^2-4x+13\right)\Big/\left(4x+3\right)$.

6.30. $y=\left(-8-x^2\right)\Big/\sqrt{x^2-4}$.

6.31. $y=\left(9-10x^2\right)\Big/\sqrt{4x^2-1}$.

Задача 7. Провести полное исследование функций и построить их графики.

7.1. $y=\left(x^3+4\right)\big/x^2$.

7.2. $y=\left(x^2-x+1\right)\Big/\left(x-1\right)$.

7.3. $y=2\Big/\left(x^2+2x\right)$.

7.4. $y=4x^2\Big/\left(3+x^2\right)$.

7.5. $y=12x\Big/\left(9+x^2\right)$.

7.6. $y=\left(x^2-3x+3\right)\Big/\left(x-1\right)$.

7.7. $y=\left(4-x^3\right)\big/x^2$.

7.8. $y=\left(x^2-4x+1\right)\Big/\left(x-4\right)$.

7.9. $y=\left(2x^3+1\right)\big/x^2$.

7.10. $y=\left(x-1\right)^2\big/x^2$.

7.11. $y=x^2\big/\left(x-1\right)^2$.

7.12. $y=\left(1+1/x\right)^2$.

7.13. $y=\left(12-3x^2\right)\Big/\left(x^2+12\right)$.

7.14. $y=\left(9+6x-3x^2\right)\Big/\left(x^2-2x+13\right)$.

7.15. $y=-8x/\left(x^2+4\right)$.

7.16. $y=\left((x-1)/(x+1)\right)^2$.

7.17. $y=\left(3x^4+1\right)/x^3$.

7.18. $y=4x/(x+1)^2$.

7.19. $y=8(x-1)/(x+1)^2$.

7.20. $y=\left(1-2x^3\right)/x^2$.

7.21. $y=4/\left(x^2+2x-3\right)$.

7.22. $y=4/\left(3+2x-x^2\right)$.

7.23. $y=\left(x^2+2x-7\right)/\left(x^2+2x-3\right)$.

7.24. $y=1/\left(x^4-1\right)$.

7.25. $y=-\left(x/(x+2)\right)^2$.

7.26. $y=\left(x^3-32\right)/x^2$.

7.27. $y=4(x+1)^2/\left(x^2+2x+4\right)$.

7.28. $y=(3x-2)/x^3$.

7.29. $y=\left(x^2-6x+9\right)/(x-1)^2$.

7.30. $y=\left(x^3-27x+54\right)/x^3$.

7.31. $y=\left(x^3-4\right)/x^2$.

Задача 8. Провести полное исследование функций и построить их графики.

8.1. $y=(2x+3)\mathrm{e}^{-2(x+1)}$.

8.2. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{2(x+1)}}{2(x+1)}$.

8.3. $y=3\ln\dfrac{x}{x-3}-1$.

8.4. $y=(3-x)\mathrm{e}^{x-2}$.

8.5. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{2-x}}{2-x}$.

8.6. $y=\ln\dfrac{x}{x+2}+1$.

8.7. $y=(x-2)\mathrm{e}^{3-x}$.

8.8. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{2(x-1)}}{2(x-1)}$.

8.9. $y=3-3\ln\dfrac{x}{x+4}$.

8.10. $y=-(2x+1)\mathrm{e}^{2(x+1)}$.

8.11. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.12. $y=\ln\dfrac{x}{x-2}-2$.

8.13. $y=(2x+5)\mathrm{e}^{-2(x+2)}$.

8.14. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{3-x}}{3-x}$.

8.15. $y=2\ln\dfrac{x}{x+1}-1$.

8.16. $y=(4-x)\mathrm{e}^{x-3}$.

8.17. $y=-\dfrac{\mathrm{e}^{-2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.18. $y=2\ln\dfrac{x+3}{x}-3$.

8.19. $y=(2x-1)\mathrm{e}^{2(1-x)}$.

8.20. $y=-\dfrac{\mathrm{e}^{-(x+2)}}{x+2}$.

8.21. $y=2\ln\dfrac{x}{x-4}-3$.

8.22. $y=-(x+1)\mathrm{e}^{x+2}$.

8.23. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{x+3}}{x+3}$.

8.24. $y=\ln\dfrac{x}{x+5}-1$.

8.25. $y=-(2x+3)\mathrm{e}^{2(x+2)}$.

8.26. $y=-\dfrac{\mathrm{e}^{-2(x-1)}}{2(x-1)}$.

8.27. $y=\ln\dfrac{x-5}{x}+2$.

8.28. $y=(x+4)\mathrm{e}^{-(x+3)}$.

8.29. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{x-3}}{x-3}$.

8.30. $y=\ln\dfrac{x+6}{x}-1$.

8.31. $y=2\ln\dfrac{x-1}{x}+1$.

Задача 9. Провести полное исследование функций и построить их графики.

9.1. $y=\sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$.

9.2. $y=-\sqrt[3]{(x+3)(x^2+6x+6)}$.

9.3. $y=\sqrt[3]{(x+2)(x^2+4x+1)}$.

9.4. $y=\sqrt[3]{(x+1)(x^2+2x-2)}$.

9.5. $y=\sqrt[3]{(x-1)(x^2-2x-2)}$.

9.6. $y=\sqrt[3]{(x-3)(x^2-6x+6)}$.

9.7. $y=\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$.

9.8. $y=\sqrt[3]{x^2(x+2)^2}$.

9.9. $y=\sqrt[3]{x^2(x-2)^2}$.

9.10. $y=\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$.

9.11. $y=\sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$.

9.12. $y=\sqrt[3]{x^2(x-4)^2}$.

9.13. $y=\sqrt[3]{(x+3)x^2}$.

9.14. $y=\sqrt[3]{(x-1)(x+2)^2}$.

9.15. $y=\sqrt[3]{(x-1)^2}-\sqrt[3]{x^2}$.

9.16. $y=\sqrt[3]{(x+6)x^2}$.

9.17. $y=\sqrt[3]{(x-4)(x+2)^2}$.

9.18. $y=\sqrt[3]{(x-1)^2}-\sqrt[3]{(x-2)^2}$.

9.19. $y=\sqrt[3]{(x+1)(x-2)^2}$.

9.20. $y=\sqrt[3]{(x-3)x^2}$.

9.21. $y=\sqrt[3]{(x-2)^2}-\sqrt[3]{(x-3)^2}$.

9.22. $y=\sqrt[3]{(x+2)(x-4)^2}$.

9.23. $y=\sqrt[3]{(x-6)x^2}$.

9.24. $y=\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

9.25. $y=\sqrt[3]{x(x-3)^2}$.

9.26. $y=\sqrt[3]{x(x+3)^2}$.

9.27. $y=\sqrt[3]{(x+2)^2}-\sqrt[3]{(x+3)^2}$.

9.28. $y=\sqrt[3]{x(x-6)^2}$.

9.29. $y=\sqrt[3]{x(x+6)^2}$.

9.30. $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x+2)^2}$.

9.31. $y=\sqrt[3]{x(x-1)^2}$.

Задача 10. Провести полное исследование функций и построить их графики.

10.1. $y=\mathrm{e}^{\sin x+\cos x}$.

10.2. $y=\operatorname{arctg}\left[(\sin x+\cos x)/\sqrt{2}\right]$.

10.3. $y=\ln(\sin x+\cos x)$.

10.4. $y=1/(\sin x+\cos x)$.

10.5. $y=\mathrm{e}^{\sqrt{2}\sin x}$.

10.6. $y=\operatorname{arctg}(\sin x)$.

10.7. $y=\ln\left(\sqrt{2}\sin x\right)$.

10.8. $y=1/(\sin x-\cos x)$.

10.9. $y=\mathrm{e}^{\sin x-\cos x}$.

10.10. $y=\operatorname{arctg}\left[(\sin x-\cos x)/\sqrt{2}\right]$.

10.11. $y=\ln(\sin x-\cos x)$.

10.12. $y=1/(\sin x+\cos x)^2$.

10.13. $y=\mathrm{e}^{-\sqrt{2}\cos x}$.

10.14. $y=-\operatorname{arctg}(\cos x)$.

10.15. $y=\ln\left(-\sqrt{2}\cos x\right)$.

10.16. $y=1/(\sin x-\cos x)^2$.

10.17. $y=\mathrm{e}^{-\sin x-\cos x}$.

10.18. $y=\sqrt[3]{\sin x}$.

10.19. $y=\ln(-\sin x-\cos x)$.

10.20. $y=\sqrt{(\sin x-\cos x)/\sqrt{2}}$.

10.21. $y=\mathrm{e}^{-\sqrt{2}\sin x}$.

10.22. $y=\sqrt[3]{\cos x}$.

10.23. $y=\ln\left(-\sqrt{2}\sin x\right)$.

10.24. $y=\sqrt{\cos x}$.

10.25. $y=\mathrm{e}^{\cos x-\sin x}$.

10.26. $y=\sqrt[3]{(\sin x+\cos x)/\sqrt{2}}$.

10.27. $y=\ln(\cos x-\sin x)$.

10.28. $y=\sqrt{\sin x}$.

10.29. $y=\mathrm{e}^{\sqrt{2}\cos x}$.

10.30. $y=\sqrt{(\sin x+\cos x)/\sqrt{2}}$.

10.31. $y=\ln\left(\sqrt{2}\cos x\right)$.